2026 年深圳市高三年级第一次调研考试
数学试题参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	A	A	B	D	C

【命题说明】：

1.（1）**教材题源**：人教 A 版必修二 181 页第 1 题；

（2）**高考题源**：2025 年新高考全国Ⅱ卷第 1 题；

（3）**课标要求**：结合实例，能用样本估计总体的集中趋势参数（平均数、中位 数、众数），理解集中趋势参数的统计含义.

2.（1）**教材题源**：人教 A 版必修二 95 页第 4 题；

（2）**高考题源**：2008 年江西卷第 1 题；

（3）**课标要求**：理解复数的代数表示及其几何意义，理解两个复数相等的含义.

3.（1）**教材题源**：人教 A 版必修二第 157 页第 1 题；

（2）**高考题源**：2025 年北京卷第 11 题；

（3）**课标要求**：了解抛物线与双曲线的定义、几何图形和标准方程，以及它们的简单几何性质.

4.（1）**教材题源**：人教 A 版必修一第 214 页第 16 题；

（2）**高考题源**：2025 年新高考全国Ⅰ卷第 4 题；

（3）**课标要求**：结合具体实例，了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A\neq 0,\omega\neq 0)$ 的实际意义；能借助图象理解参数 ω,φ,A 的意义，了解参数的变化对函数图象的影响.

5.（1）**教材题源**：人教 A 版必修一第 214 页第 15 题；

（2）**高考题源**：2025 年新高考全国Ⅰ卷第 5 题；

（3）**课标要求**：结合具体函数，了解奇偶性的概念和几何意义；结合三角函数，了解周期性的概念和几何意义.

6.（1）**教材题源**：A 版必修一第 217 页第 4 题；

（2）**高考题源**：2024 年全国甲卷（理科）第 8 题；

（3）**课标要求**：理解同角三角函数的基本关系式：$\sin^2 x+\cos^2 x=1$，$\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$；能从两角差的余弦公式推导出两角和与差的正弦、余弦、正切公式，二倍角的正弦、余弦、正切公式，了解它们的内在联系.

7.（1）**教材题源**：人教 A 版必修二第 20 页第 3 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国Ⅱ卷第 12 题；

（3）课标要求：通过几何直观，了解平面向量投影的概念以及投影向量的意义.

8.**（1）教材题源：**人教 A 版必修一第 160 页第 5 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国Ⅰ卷第 8 题；

（3）课标要求：通过具体实例，结合 $y=x$，$y=\dfrac{1}{x}$，$y=x^2$，$y=\sqrt{x}$，$y=x^3$ 的图象，理解它们的变化规律，了解幂函数；能用描点法或借助计算工具画出具体指数函数的图象，探索并理解指数函数的单调性与特殊点；通过具体实例，了解对数函数的概念. 能用描点法或借助计算工具画出具体对数函数的图象，探索并了解对数函数的单调性与特殊点.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

题号	9	10	11
答案	BD	ABD	ABD

【命题说明】：

9.**（1）教材题源：**人教 A 版必修二第 154 页例 6；

（2）高考题源：2024 年新高考全国Ⅱ卷第 7 题；

（3）课标要求：从定义和基本事实出发，借助长方体，通过直观感知，了解空间中直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行和垂直的关系，归纳出四条性质定理，并加以证明.

10.**（1）教材题源：**人教 A 版选择性必修一第 127 页第 8 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国Ⅱ卷第 11 题；

（3）课标要求：了解抛物线与双曲线的定义、几何图形和标准方程，以及它们的简单几何性质.

11.**（1）教材题源：**人教 A 版选择性必修三第 74 页例 1；

（2）高考题源：2023 年新高考全国Ⅰ卷第 21 题；

（3）课标要求：通过具体实例，了解离散型随机变量的概念，理解离散型随机变量分布列及其数字特征 （均值、方差）.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．$\underline{\sqrt{6}}$　　13．$\underline{14}$　　14．$\underline{23}$

【命题说明】：

12.**（1）教材题源：**人教 A 版必修二第 48 页第 2 题；

（2）高考题源：2024 年新高考全国Ⅱ卷第 15 题；

（3）课标要求：借助向量的运算，探索三角形边长与角度的关系，掌握余弦定理、正弦定理.

13.**（1）教材题源：**人教 A 版选择性必修二第 56 页第 11 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国Ⅱ卷第 7 题；

（3）课标要求：探索并掌握等差数列的前n项和公式，理解等差数列的通项公式与前n项和公式的关系.

14.**（1）教材题源：**人教 A 版选择性必修三第 27 页第 11 题；

（2）高考题源：2024 年新高考全国 I 卷第 14 题；

（3）课标要求：通过实例，理解排列、组合的概念；能利用计数原理推导排列数公式、组合数公式.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.

【命题说明】

（1）教材题源：人教 A 版选择性必修二第 51 页第 4 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国I卷第 16 题；

（3）课标要求：通过日常生活和数学中的实例，了解数列的概念和表示方法（列表、图象、通项公式），了解数列是一种特殊函数；通过生活中的实例，理解等比数列的概念和通项公式的意义.

【参考答案】

解：

（1）设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则$q=\dfrac{a_2}{a_1}=2$，所以$a_n=2^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，

因为$2b_1+2^2b_2+\cdots+2^nb_n=n\cdot 2^{n+1}$，

当$n\geqslant 2$时，$2b_1+2^2b_2+\cdots+2^{n-1}b_{n-1}=(n-1)\cdot 2^n$，

两式相减得$2^n\cdot b_n=(n+1)\cdot 2^n$，

则$n\geqslant 2$时，$b_n=n+1$；当$n=1$时，$b_1=2$符合该式；

所以$b_n=n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（2）由于$\dfrac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}=\dfrac{1}{(n+1)\cdot(n+2)}=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$，

$S_n=(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4})+\cdots+(\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{n}{2n+4}$，

所以$S_n=\dfrac{n}{2n+4}$.

16.

【命题说明】

（1）教材题源：人教 A 版必修二第 251 页例 2；

（2）高考题源：2024 年新高考全国II卷第 18 题；

（3）课标要求：结合有限样本空间，了解两个随机事件独立性的含义。结合古典概型，能利用独立性计算概率.

【参考答案】

解：

（1）不妨设事件 $A=$“模型甲回答正确”，事件 $B=$“模型乙回答正确”，则 $\overline{A}=$“模型甲回答错误”，$\overline{B}=$“模型乙回答错误”，

由于 A 与 B 相互独立，A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 都相互独立，

由题意可得，$P(A)=p=0.85$，$P(B)=0.75$，$P(\overline{A})=1-0.85=0.15$，$P(\overline{B})=1-0.75=0.25$，

分析可得，“在第一次提问中两个模型答案不同”的概率为 $P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)$，且 $A\overline{B}$ 与 $\overline{A}B$ 互斥，根据概率的加法公式和事件的独立性定义，得

$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=0.85\times0.25+0.15\times0.75=0.325$，

故在第一次提问中两个模型答案不同的概率为 0.325.

（2）系统最终输出正确答案可分为第一次输出正确答案和第二次输出正确答案，

系统第一次输出正确答案的概率为：$P(AB)=0.75p$，

由（1）可知，在第一次提问中两个模型答案不同的概率为：

$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=0.25p+0.75(1-p)=0.75-0.5p$，

系统第二次输出正确答案的概率为：$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)P(A)=(0.75-0.5p)\cdot p=-0.5p^2+0.75p$，

设系统最终输出正确答案的概率为 P'，则 $P'=0.75p+(-0.5p^2+0.75p)=-0.5p^2+1.5p$，

于是 $P'\geqslant0.88$，解得 $0.8\leqslant p\leqslant2.2$，又由 $p\in(0,1)$，于是 $0.8\leqslant p<1$，

则 p 的最小值为 0.8.

17.

【命题说明】

（1）教材题源：人教 A 版选择性必修一第 49 页第 16 题；

（2）高考题源：2025 年新高考全国Ⅰ卷第 17 题；

（3）课标要求：能用已获得的结论证明空间基本图形位置关系的简单命题；能用向量方法解决点到直线、点到平面、相互平行的直线、相互平行的平面的距离问题和简单夹角问题，并能描述解决这一类问题的程序，体会向量方法在研究几何问题中的作用.

【参考答案】

解：

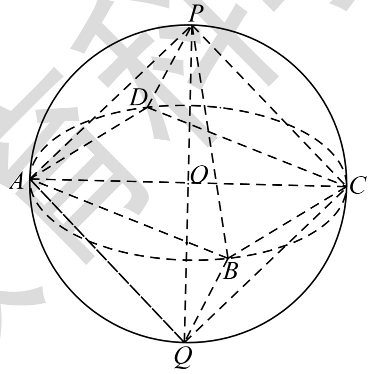
（1）如图，连接 AC，则 AC 必过点 O，

在四边形 $PAQC$ 中，由于对角线 AC，PQ 互相平分，

则四边形 $PAQC$ 为平行四边形，故 $PA\,//\,QC$，

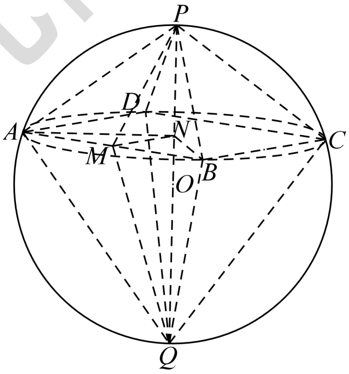
由于 $PA\not\subset$ 平面 QBC 且 $QC\subset$ 平面 QBC，

所以 $PA\,//$ 平面 QBC.



（2）如图，记正方形 $ABCD$ 的中心为 N，取 AB 中点 M，连接 PM，QM，NA，NB，

由于 $PA=PB$，则 $PM\perp AB$，同理可证 $QM\perp AB$，则



$\angle PMQ$ 为二面角 $P-AB-Q$ 的平面角，

又 $NA=NB$，则 $NM\perp AB$，

则 $\angle PMN$ 为二面角 $P-AB-N$ 的平面角，

$\angle QMN$ 为二面角 $Q-AB-N$ 的平面角，

不妨设点 O 在 N 的下方，

设 $ON=x$（$0<x<1$），

则 $NB=\sqrt{1-x^2}=NA$，$AB=\sqrt{2-2x^2}$，$NM=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{2}}$，$PN=1-x$，$QN=1+x$，

于是 $\tan\angle PMN=\dfrac{PN}{MN}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot(1-x)}{\sqrt{1-x^2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$，$\tan\angle QMN=\dfrac{QN}{MN}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot(1+x)}{\sqrt{1-x^2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$，

于是 $\tan\angle PMQ=\tan(\angle PMN+\angle QMN)=\dfrac{\tan\angle PMN+\tan\angle QMN}{1-\tan\angle PMN\cdot\tan\angle QMN}$，

$$\tan\angle PMQ=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}+\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}{1-2}=-\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}+\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)=-3,$$

由于 $0<\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}<1$，则 $\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $x=\dfrac{1}{3}$，

则 $AB=\dfrac{4}{3}$，则 $V=\dfrac{1}{3}\times PQ\times S_{四边形ABCD}=\dfrac{1}{3}\times 2\times(\dfrac{4}{3})^2=\dfrac{32}{27}$，即内接八面体的体积为 $\dfrac{32}{27}$.

18.

【命题说明】

（1）教材题源：人教 A 版选择性必修二第 104 页第 19 题；

（2）高考题源：2023 年新高考全国 I 卷第 19 题；

（3）课标要求：结合实例，借助几何直观了解函数的单调性与导数的关系；能利用导数研究函数的单调性；对于多项式函数，能求不超过三次的多项式函数的单调区间；借助函数的图象，了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；能利用导数求某些函数的极大（小）值、最大（小）值；对于多项式函数，能求给定闭区间上不超过三次的多项式函数的最大（小）值；体会导数在研究单调性、极大（小）值、最大（小）值中的作用.

【参考答案】

解：

（1）由于 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x+1}}=\dfrac{2\sqrt{x+1}-\sqrt{3}x}{2x\sqrt{x+1}}$（$x>0$）

令 $f'(x)=0$，$x=2$，

令 $f'(x)>0$，$x\in(0,2)$，$f(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递增；

令 $f'(x)<0$，$x\in(2,+\infty)$，$f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递减；

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,2)$，单调递减区间为 $(2,+\infty)$.

（2）由于 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{a}{2\sqrt{x+1}}=\dfrac{2\sqrt{x+1}-ax}{2x\sqrt{x+1}}=\dfrac{-a^2x^2+4x+4}{2x\sqrt{x+1}\cdot(2\sqrt{x+1}+ax)}$ （$x>0$）

若 $a\leqslant 0$，$2\sqrt{x+1}-ax>0$，$f'(x)>0$，于是 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，至多与 x 轴只有一个交点，矛盾，所以 $a>0$，

令 $f'(x)=0$，则等价于 $a^2x^2-4x-4=0$，

易得 $\Delta=16+16a^2>0$，因为 $x>0$，则 $x=\dfrac{2(1+\sqrt{1+a^2})}{a^2}$，

令 $x_0=\dfrac{2(1+\sqrt{1+a^2})}{a^2}$，则 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递增，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递减，

则 $f(x)_{\max}=f(x_0)=\ln x_0-a\sqrt{x_0+1}+4$， 因为 $a^2{x_0}^2-4x_0-4=0$ 即 $a^2=\dfrac{4(x_0+1)}{{x_0}^2}$，

所以 $f(x)_{\max}=\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}+2$，

显然 $f(x_0)\leqslant 0$ 不符合题意，故 $f(x_0)>0$，即 $\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}+2>0$，

令 $h(x)=\ln x-\dfrac{2}{x}+2$ （$x>0$）则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}>0$，

则 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $h(1)=0$，

由于 $h(x_0)=\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}+2>0$，所以 $x_0>1$，

由于 $\dfrac{a}{2}=\sqrt{\dfrac{1}{{x_0}^2}+\dfrac{1}{x_0}}$，令 $t=\dfrac{1}{x_0}\in(0,1)$， $y=t^2+t$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，则 $a\in(0,2\sqrt{2})$，

由于 $x_0=\dfrac{2(1+\sqrt{1+a^2})}{a^2}>\dfrac{2}{a}>\dfrac{\sqrt{2}}{2}>\dfrac{1}{e^4}$，$f(\dfrac{1}{e^4})=-a\sqrt{\dfrac{1}{e^4}+1}<0$，

由零点存在性定理，存在 $x_1\in(\dfrac{1}{e^4},x_0)$ 使得 $f(x_1)=0$，

当 $x>0$ 时，易证 $\ln x\leqslant x-1$，则 $\ln\sqrt[4]{x}\leqslant\sqrt[4]{x}-1$ 即 $\ln x\leqslant 4\sqrt[4]{x}-4$，

由于 $f(x)=\ln x-a\sqrt{x+1}+4<\ln x-a\sqrt{x}+4\leqslant 4\sqrt[4]{x}-a\sqrt{x}=\sqrt[4]{x}(4-a\sqrt[4]{x})$，

取 $x_2\in(x_0,+\infty)$，且 $x_2>\dfrac{256}{a^4}$，则 $f(x_2)<0$，

由零点存在性定理，存在 $x_3\in(x_0,x_2)$ 使得 $f(x_3)=0$，

所以当 $a\in(0,2\sqrt{2})$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个零点.

（3）由（2）可知，$f(x)_{\max}=\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}+2$，

其中 $x_0=\dfrac{2(1+\sqrt{a^2+1})}{a^2}$，则 $x_0=\dfrac{2(1+\sqrt{a^2+1})}{a^2}=\dfrac{2}{\sqrt{a^2+1}-1}$，

下证：$\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}+2<x_0$（$x_0>1$）即证：$\ln x_0-\dfrac{2}{x_0}-x_0+2<0$，

设 $m(x)=\ln x-\dfrac{2}{x}-x+2$ （$x>1$） $m'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}-1=\dfrac{-x^2+x+2}{x^2}=\dfrac{(-x+2)(x+1)}{x^2}$，

令 $m'(x)=0$， $x=2$，于是 $m(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，在 $(2,+\infty)$ 上单调递减，

则 $m(x)\leq m(2)=\ln 2-1<0$，即证.

19.

【命题说明】

（1）教材题源：人教 A 版选择性必修一第 126 页第 1 题；

（2）高考题源：2025 年天津卷第 18 题；2021 年八省适应性考试第 21 题；

（3）课标要求：经历从具体情境中抽象出椭圆的过程，掌握椭圆的定义、标准方程及简单几何性质；了解抛物线与双曲线的定义、几何图形和标准方程，以及它们的简单几何性质；通过圆锥曲线与方程的学习，进一步体会数形结合的思想；了解椭圆、抛物线的简单应用.

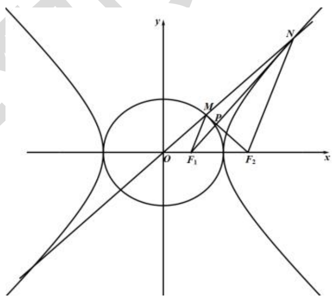
【参考答案】

解：

（1）设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$，则 $k_1 = \dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{3}}$， $k_2 = \dfrac{y_1}{x_1-\sqrt{3}}$，

因为 $\dfrac{x_1^2}{3}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1$，可知：$x_1^2-3=-\dfrac{3}{b^2}y_1^2$，

则 $k_1k_2=\dfrac{y_1^2}{x_1^2-3}=\dfrac{y_1^2}{-\dfrac{3}{b^2}y_1^2}=-\dfrac{b^2}{3}$， $k_1+k_2=\dfrac{2x_1y_1}{x_1^2-3}=-\dfrac{2}{3}b^2\dfrac{x_1}{y_1}$，



因为 $\dfrac{x_2^2}{3}-\dfrac{y_2^2}{b^2}=1$，可知：$x_2^2-3=\dfrac{3}{b^2}y_2^2$，

则 $k_3k_4=\dfrac{y_2^2}{x_2^2-3}=\dfrac{y_2^2}{\dfrac{3}{b^2}y_2^2}=\dfrac{b^2}{3}$， $k_3+k_4=\dfrac{2x_2y_2}{x_2^2-3}=\dfrac{2}{3}b^2\dfrac{x_2}{y_2}$，

由 $k_1+k_2+k_3+k_4=0$ 可知：$x_1y_2-x_2y_1=0$，

可知：$\overrightarrow{OM} // \overrightarrow{ON}$，因此，$O, M, N$ 三点共线.

（2）（i）由 $k_1^2+k_2^2+k_3^2+k_4^2=8$ 可得：$(k_1+k_2)^2+(k_3+k_4)^2-2(k_1k_2+k_3k_4)=8$，

由（1）可知：$k_1k_2+k_3k_4=0$，则 $(k_1+k_2)^2+(k_3+k_4)^2=8$，

又 $k_1+k_2+k_3+k_4=0$，则 $(k_1+k_2)^2=4$，

因为 M, N 都在第一象限，所以 $k_1+k_2=-2$，$k_3+k_4=2$，

所以 $\dfrac{x_1}{y_1}=\dfrac{x_2}{y_2}=\dfrac{3}{b^2}$，结合 $\dfrac{x_1^2}{3}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1$，$\dfrac{x_2^2}{3}-\dfrac{y_2^2}{b^2}=1$ 可知：

$y_1=\dfrac{b^2}{\sqrt{3+b^2}}, y_2=\dfrac{b^2}{\sqrt{3-b^2}}$，则 $M(\dfrac{3}{\sqrt{3+b^2}}, \dfrac{b^2}{\sqrt{3+b^2}}), N(\dfrac{3}{\sqrt{3-b^2}}, \dfrac{b^2}{\sqrt{3-b^2}})$，

又 $\overrightarrow{F_1M}=(x_1-\sqrt{3-b^2}, y_1), \overrightarrow{F_2N}=(x_2-\sqrt{3+b^2}, y_2)$

则 $(x_1-\sqrt{3-b^2})y_2-(x_2-\sqrt{3+b^2})y_1=x_1y_2-x_2y_1+\sqrt{3+b^2}y_1-\sqrt{3-b^2}y_2=\sqrt{3+b^2}y_1-\sqrt{3-b^2}y_2=0$，

由此可知：$MF_1 // NF_2$.

（ii）由（i）可知：

$$k_{NF_1}=\dfrac{\dfrac{b^2}{\sqrt{3-b^2}}}{\dfrac{3}{\sqrt{3-b^2}}-\sqrt{3-b^2}}=\dfrac{b^2}{3-(3-b^2)}=1，\quad k_{MF_2}=\dfrac{\dfrac{b^2}{\sqrt{3+b^2}}}{\dfrac{3}{\sqrt{3+b^2}}-\sqrt{3+b^2}}=\dfrac{b^2}{3-(3+b^2)}=-1，$$

直线 $F_1N: y = x - \sqrt{3-b^2}$，直线 $F_2M: y = -x + \sqrt{3+b^2}$，

设点 $P(x_0, y_0)$，于是 $x_0 - y_0 = \sqrt{3-b^2}$， $x_0 + y_0 = \sqrt{3+b^2}$，

则 $(x_0 - y_0)^2 + (x_0 + y_0)^2 = 6$，即 ${x_0}^2 + {y_0}^2 = 3$，

则点 P 的轨迹是以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆，则 $\angle A_1PA_2 = \dfrac{\pi}{2}$，

又直线 F_1N 与直线 F_2M 垂直，则 $\angle F_1PF_2 = \dfrac{\pi}{2}$

于是 $\angle A_1PF_1 + \angle F_1PA_2 = \angle F_1PA_2 + \angle A_2PF_2$，

所以 $\angle A_1PF_1 = \angle A_2PF_2$.